T³ EUROPE

Teachers Teaching with Technology™

Jürgen Enders

Energieertrag einer Schul-Solaranlage

www.t3europe.eu

Energieertrag einer Schul-Solaranlage

1. Einleitung

a. Lernziele

Im Sommer 2011 wurde auf unserem Schulgrundstück durch die Stadtwerke eine Photovoltaik-Anlage errichtet. Das Solarzellen-Modul war an einem Mast befestigt und konnte nachgeführt werden. Über Wechselrichter wird die gewonnene Energie in das Stromnetz eingespeist. Die Daten der Anlage konnten von Kollegen im Internet abgerufen werden.

Am Beispiel eines Tages soll nun die Interpretation der Diagramme sowie die Auswertung der Daten durch das Arbeiten mit einer Tabelle exemplarisch dargestellt werden. Das Beispiel eignet sich auch als praxisnahe Einführung der Integralrechnung.

b. Wissenschaftlicher Hintergrund

Der physikalische Kernpunkt ist die Gewinnung von elektrischer Energie aus Solarenergie, wobei es hier nicht auf die Prozesse in den Solarzellen ankommt, sondern auf die Maximierung der Energieausbeute. Das Solarmodul ist so aufgebaut, dass es sich durch Drehen und Kippen stets optimal zur Sonneneinstrahlung ausrichten kann. Man erhält also eine durch Technik optimierte Energieausbeute.

Die so von der Anlage gelieferten Werte sollen nun mit Methoden der Mathematik ausgewertet werden. Diese Art des Umganges mit Tabellendaten bildet den mathematischen Kernpunkt.

c. Zusammenhang mit den Entwicklungszielen der Nachhaltigkeit der UNO

Hier geht es hauptsächlich um das Ziel 7, saubere und bezahlbare Energie.

2. Die Aufgabe

Im Sommer 2011 wurde auf unserem Schulgrundstück eine Photovoltaik-Anlage errichtet. Das Solarzellen-Modul war an einem Mast befestigt und konnte nachgeführt werden (Bild 1). Es hatte eine Fläche von 51 m² und eine Spitzenleistung von 7,35 kW. Die Anlage war so aufgebaut, das nur in den Wintermonaten Dezember und Januar zeitweise eine leichte Abschattung durch einen Gebäudeteil erfolgte. Über Wechselrichter wurde die gewonnene Energie in das Stromnetz eingespeist und vergütet. Dieser Ertrag kam aber der Schule nicht zugute, da die Stadtwerke Bad Pyrmont die Anlage errichten ließen und auch betrieben. Die Anlage ist mittlerweile wieder entfernt worden, um einen Neubau der Schule zu ermöglichen.

Seit Januar 2012 konnten die Daten der Anlage von Kollegen im Internet abgerufen werden, wo sie sehr übersichtlich präsentiert wurden (Bild 2).

Bild 1

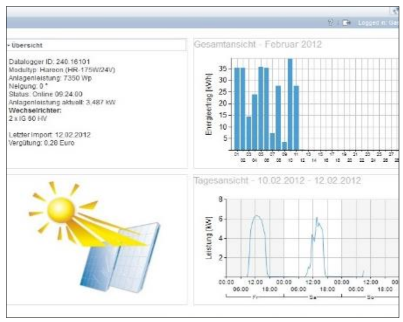

Bild 2

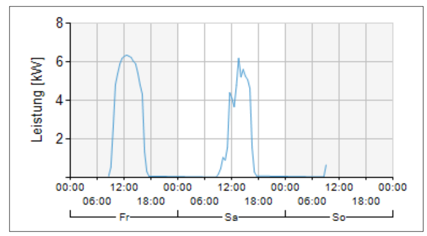

Bild 3

Bild 3 zeigt den zeitlichen Verlauf der elektrischen Leistung für 2 Wochentage (Freitag, den 10.02.2012, und Sonnabend, den 11.02.2012). Am Sonnabend war der Himmel zeitweise leicht bewölkt; am Freitag hingegen schien die Sonne ungestört den ganzen Tag. Diesen Tag soll ich nun näher untersucht werden.

Die Anlage übertrug halbstündlich den aktuellen Wert der Leistung und erstellte daraus das Diagramm P(t), einen Polygonzug, aus dem man die Messwerte übernehmen konnte (Bild 4 und Tabelle 1). Dem Säulendiagramm im Bild 2 oben rechts kann man entnehmen, dass am Freitag etwa 40 kWh elektrische Energie E in das Stromnetz eingespeist wurden. Der genaue Wert ist 39,29 kWh.

Wie genau lässt sich dieser Wert aus den vorliegenden Daten ermitteln? Die Darstellung für einen Tag kann so verändert werden, dass man die Messwerte ablesen und in eine Tabelle übertragen kann. Der Verlauf des Graphen ist sehr schön glatt mit einer kleinen Störung im rechten Teil – das ist die oben erwähnte Abschattung (Bild 4).

Bild 4

Zeit	8.00	8.30	9.00	9.30	10.00	10.30	11.00	11.30	12.00	12.30	13.00
P/kW	0,00	0,08	0,55	2,60	4,82	5,38	5,90	6,19	6,29	6,35	6,30
Zeit	13.30	14.00	14.30	15.00	15.30	16.00	16.30	17.00	17.30	18.00	
P/kW	6,23	6,03	5,91	5,42	4,81	4,33	1,34	0,32	0,08	0,00	

Tabelle 1

Für die Leistung P während eines Zeitraums Δt gilt: $\boldsymbol{P = \frac{\Delta E}{\Delta t}}$. Die gesamte Energie E ergibt sich durch Summieren: $\boldsymbol{E = \Sigma\Delta E = \Sigma P \cdot \Delta t}$. Sie wird also durch die Fläche unter dem Graphen der Leistung dargestellt. Die Leistung (auch Energiestrom genannt) ist damit die Änderungsrate, aus der auf den Bestand (die Energie) geschlossen wird. Damit ist die Auswertung der Daten ein wirklichkeitsnahes, praxisorientiertes Beispiel zur Einführung der Integralrechnung.

Bei der Flächenberechnung sind mehrere Ansätze denkbar. Dazu müssen die Daten nach *Lists&Spreadsheet* übertragen werden (Bild 5, Spalten t und p). In Bild 6 wurde damit das Streudiagramm (verbundene dicke Punkte) erstellt. Für die Berechnungen ist es zweckmäßig, eine weitere Spalte p2 einzufügen, in der die Daten aus p durch *shift('p,1)* um 1 nach oben verschoben sind (Bild 7).

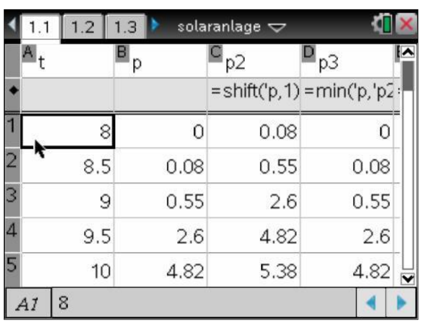

Bild 5

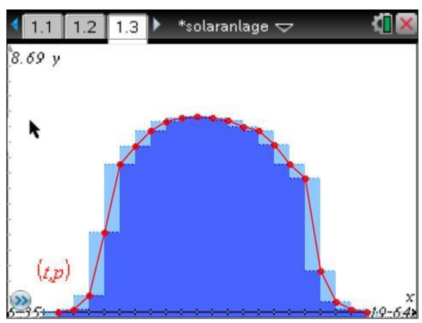

Bild 6

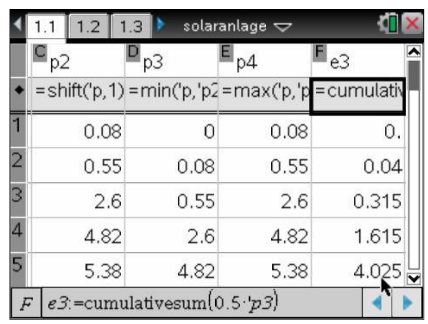

Bild 7

Für die Untersumme (dunkle Fläche in Bild 6) wird in p3 zeilenweise das Minimum aus p und p2 abgespeichert *(min('p,'p2)*. In e3 werden dann die einzelnen Rechteckflächen mit der Fläche 0.5·p3 errechnet und zur Gesamtfläche (Gesamtenergie) aufsummiert *(cumulativsum(0.5·'p3))*. Für die Obersumme (helle Fläche in Bild 6) werden in p4 das Maximum aus p und p2 und in e4 die Gesamtenergie berechnet. Man erhält E_U = 36,29 kWh und E_O = 42,64 kWh, erwartungsgemäß sehr schlechte Näherungen für den tatsächlichen Wert E = 39,29 kWh.

Eine bessere Näherung ist zu erwarten, wenn man die Fläche unter dem Polygonzug berechnet. Sie setzt sich aus Trapezen zusammen, die sich mit den schon erzeugten Daten leicht errechnen lassen, indem man in einer weiteren Spalte e5 den Mittelwert aus e3 und e4 bildet. Damit erhält man die Näherung E_T = 39,465 kWh. Da die Abweichung zum tatsächlichen Wert lediglich ca. 0,5% beträgt, liegt hier eine sehr gute Annäherung vor, die sich mit dem vorliegenden Datenmaterial auch nicht weiter verbessern lässt. Die geringe Abweichung lässt sich wohl dadurch erklären, dass in der Realität Δt sicher wesentlich kleiner ist als 30 Minuten.