

Énoncé

En 2020, le chiffre d'affaires d'un restaurant gastronomique était de 300 000 €.

On modélise le chiffre d'affaires de ce restaurant (exprimé en milliers d'euros) pendant l'année 2020 + n par le n -ième terme u_n , de la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 300 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = 1,2 \times u_n - 50, \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

1. Calculer u_1 , puis établir, à l'aide de la calculatrice, le tableau de valeurs de (u_n) , pour $n \in [0 ; 10]$.
2. Tracer le nuage de points représentant (u_n) , pour $n \in [0 ; 10]$. Conjecturer le sens de variation de la suite (u_n) .
3. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Donner un argument graphique, puis démontrer votre conjecture.

Définir une suite

Afin de définir une suite à l'aide de la calculatrice, il faut tout d'abord la mettre en mode « suite ». La calculatrice **TI** permet de travailler dans quatre modes différents : fonction, paramétrique, polaire et suite. C'est évidemment ce dernier mode que nous allons activer pour cette activité.

On commence par utiliser le menu `mode` pour sélectionner le mode **suite** à la cinquième ligne, en validant la sélection par `entrer`.

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL DEGRÉ MP
TYPES FONCTION
MATHPRINT CLASSIQ
NORMAL SCI ING
FLOTTANT 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
RADIAN DEGRÉ
FONCTION PARAMÉTRIQ POLAIRE SUITE
ÉPAIS POINT-ÉPAIS FIN POINT-FIN
SÉQUENTIELLE SIMUL
RÉEL a+bt re^(at)
PLEINECR HORZONTAL GRAPHE-TABLE
TYPEFRACTION:n/d Un/d
RÉSULTATS:AUTO DÉC
DIAGNOSTIQUESSTATS:NAFF NAFF
ASSISTANTSTATS:AFF NAFF
RÉGLER HORLOGE 01/01/15 12:00 AM
LANGUE: FRANÇAIS
```

Une fois le mode **suite** activé, on entre dans le menu de saisie des suites, à l'aide de la touche `f(x)`. Ce menu, très différent du menu habituel des fonctions numériques, nous permet d'entrer des suites explicites ou récurrentes (sur un ou deux rangs).

Dans le bandeau supérieur, on sélectionne donc **SUITE(n+1)** en appuyant sur la touche `entrer`.

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL DEGRÉ MP
Graph1 Graph2 Graph3
TYPE: SUITE(n) SUITE(n+1) SUITE(n+2)
nMin=1
u(n+1)=
u(1)=
u(2)=
v(n+1)=
v(1)=
v(2)=
w(n+1)=
```

On renseigne ensuite les différentes informations : la valeur du 1^{er} rang, la relation de récurrence et enfin la valeur initiale de la suite.

- **nMin** est initialisé à 0 ;
- la relation de récurrence est notée sous la forme fonctionnelle $u(n)$; notez que **u** est obtenu à l'aide de `2nde` `7` et que **n** est obtenu à l'aide de la touche `x,T,θ,n`.
- $u(0)$ est initialisé à 300.

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL DEGRÉ MP
CONDITION INITIALE
Graph1 Graph2 Graph3
TYPE: SUITE(n) SUITE(n+1) SUITE(n+2)
nMin=0
u(n+1)≡1.2*u(n)-50
u(0)≡300
u(1)=
v(n+1)=
v(0)=
v(1)=
w(n+1)=
```

1. Valeurs de (u_n)

On calcule u_1 à l'aide du calcul suivant :

$$u_1 = 1,2 \times u_0 - 50 = 1,2 \times 300 - 50 = 360 - 50 = 310$$

Le chiffre d'affaires en 2021 est donc de 310 000 €.

À la calculatrice, à présent que notre suite est correctement définie, son tableau de valeurs est obtenu avec les touches **2nde** **graphe**.

La valeur 310 confirme donc bien notre calcul précédent.

Il est possible de configurer le tableau de valeurs (valeur initiale, pas, mode automatique ou à la demande), à l'aide de son menu de configuration disponible à l'aide de **2nde** **fenêtre**.

n	u_n
0	300
1	310
2	322
3	336.4
4	353.68
5	374.42
6	399.3
7	429.16
8	464.99
9	507.99
10	559.59

$u(1)=310$

2. Nuage de points

Pour obtenir le nuage de points représentant notre suite (u_n) , nous pourrions configurer manuellement la **fenêtre** de notre graphique, à l'aide des valeurs du tableau précédent, comme nous le ferions habituellement pour une fonction classique.

Toutefois, nous allons ici utiliser une fonctionnalité intéressante de la calculatrice.

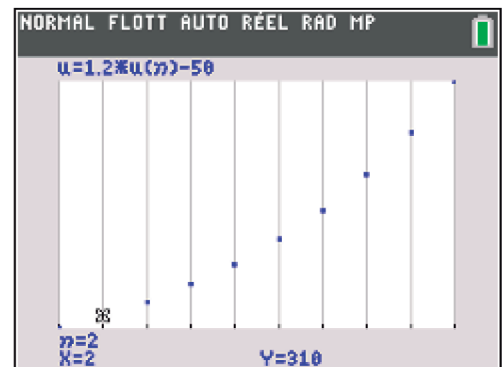
Dans le menu **zoom** on sélectionne la commande **0:AjustZoom**, qui va cadrer pour nous notre nuage de points.

Nous obtenons ainsi directement le graphique ci-contre et nous pouvons conjecturer que la suite (u_n) semble strictement croissante.

À noter que l'on peut retrouver sur le nuage de points les valeurs du tableau, à l'aide de la commande **trace**.

ZOOM MÉMOIRE

- 2↑Zoom avant
- 3:Zoom arrière
- 4:ZDécimal
- 5:ZCarré
- 6:ZStandard
- 7:ZTriq
- 8:ZEntier
- 9:ZoomStat
- 0↓AjustZoom



$u(1) - u(0)$	10
$u(2) - u(1)$	12

3. Suite arithmétique ?

Les points de notre nuage de points n'étant pas alignés, la suite (u_n) n'est pas arithmétique. Par définition, il faut donc démontrer que l'on ne passe pas d'un terme au suivant en ajoutant un même nombre.

On commence par calculer u_2 :

$$u_2 = 1,2 \times u_1 - 50 = 1,2 \times 310 - 50 = 372 - 50 = 322$$

Puis :

- $u_1 - u_0 = 310 - 300 = 10$
- $u_2 - u_1 = 322 - 310 = 12$

Puisque $10 \neq 12$, (u_n) n'est pas arithmétique.

On peut évidemment vérifier ces calculs à la calculatrice, comme proposé dans la capture d'écran ci-contre.