Messen - Visualisieren - Interpretieren - Modelle bilden

Anregungen für einen fächerübergreifenden Unterricht

Hildegard Urban-Woldron

Vorbemerkung

„Physikalisches Wissen besteht nicht nur aus Faktenwissen und aus der Kenntnis von Bezeichnungen, Begriffen und „Formeln". Ganz entscheidend ist das Verständnis von grundlegenden physikalischen Konzepten und Modellen, deren Tragfähigkeit ständig hinterfragt werden muss, um die Grenzen physikalischen Denkens erkennen zu können. Schlussfolgerungen zu ziehen, bedarf der Fähigkeit, Informationen und Daten zu kennen, auf der Grundlage physikalischer Gesetze zu beurteilen, auszuwählen und anzuwenden...." (vgl. http://www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/Physik_MSA16-12-04.pdf (4.1.2007))

Das folgende Beispiel stellt einen Zugang zu einfacher Modellbildung und eine Förderung des Denkens in Zusammenhängen dar. Schüler und Schülerinnen (10. Schulstufe, AHS) sollten den Zusammenhang der physikalischen Größen Volumen und Druck einer Gasmenge mit einem computerunterstützten Messwerterfassungs- und Auswertungssystem untersuchen. Experimente, Messwerte, Diagramme und funktionale Zusammenhänge waren dabei in Beziehung zu setzen. In Anpassung an die Theorie sollten auch Fehlerbertrachtungen vorgenommen werden.

Abb. 1[1]

Einstiegsfrage für Schüler/innen

Hast du schon einmal mit einer Luftpumpe einen Fußball oder einen Fahrradschlauch aufgepumpt? Ist dir dabei etwas aufgefallen? Was spürst du beim Hineindrücken des Kolbens?

Was die Physik dazu sagt

Wenn ein Gas in einem Zylinder mit Hilfe eines Kolbens zusammengedrückt wird, so ändern sich Druck, Temperatur und Volumen; Druck und Temperatur steigen, während das Volumen abnimmt.

Mögliche Fragestellungen können sein:

Kann das Volumen jemals den Wert 0 cm³ annehmen? Wieso bzw. wieso nicht? Was wäre der Wert für den korrespondierenden Druck?

Unterrichtsziele

Die Schüler/innen sollen mit Hilfe der Erfassung einiger Messwertepaare (Volumen und Druck) herausfinden, dass Druck und Volumen zueinander indirekt proportional sind und die entsprechende Funktionsgleichung angeben können. Dabei sollen sie ihr Wissen über mathematische Funktionen mit physikalischen Fragestellungen verknüpfen und so Modelle entwickeln.

Die Bearbeitung der Aufgabe kann mit einem grafikfähigen Taschenrechner oder mit dem Computer erfolgen. Dabei geht es weniger um die Erfassung der Daten, sondern wesentlich um die Visualisierung der Datenpunkte und die Bildung eines passenden mathematischen Modells.

Weiterführend kann im Physikunterricht die Größe der für die betrachtete Gasmenge experimentell ermittelten Konstante (*const*) in $p \cdot V = const.$ aus der allgemeinen Gasgleichung $p \cdot V = N \cdot k \cdot T$ abgeleitet und diskutiert werden. Wie hängt diese Größe z.B. von der Gasmenge ab? (Die Anzahl der Teilchen wird durch N beschrieben.) Wie hängt diese Größe *const.* von der Temperatur ab?

Nach dem Satz von AVOGADRO hat jedes Gas bei gleichen Bedingungen von Druck und Temperatur dasselbe Molvolumen. Bei Normalbedingungen sind das 22,4 Liter. So bietet dieses Experiment auch für den Physikunterricht eine Gelegenheit das Vorwissen der Schüler/innen in die Unterrichtsarbeit einzubeziehen, das Experiment als einen möglichen Weg zum Abrufen des Vorverständnisses zu nutzen und die Vernetzung und Konstruktion neuen Wissens durch eine vertiefte Auseinandersetzung mit der Theorie zu ermöglichen.

Durchführung und Analyse des Experiments

Mit dem Adapter EASYLINK lassen sich eine Reihe von Sensoren (so auch der Drucksensor) sehr einfach mit dem Rechner verbinden. Schüler/innen können sehr schnell und ohne großen Aufwand Experimente durchführen und Daten sammeln.

Mit dem Drucksensor kann die Abhängigkeit des Drucks vom Volumen für eine bestimmte Gasmenge untersucht werden. Der Messbereich des Vernier Drucksensors beträgt 0 bis 210 kPa.

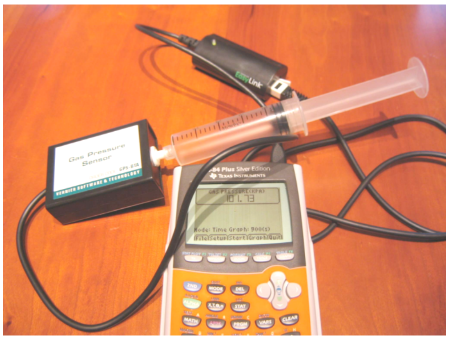

Abb. 2

Die Spritze mit einer Gasmenge (Luft) mit einem Volumen von 20 ml wird mit dem Sensor verbunden. Auf die eingeschlos-

[1] Bildquelle: http://de.wikipedia.org/wiki/Luftpumpe (4.1.2007)

sene Luftmenge wirkt nur der Luftdruck. Die Werte in Liste `L1` stellen die Volumina der eingeschlossenen Luftmenge, jene in `L2` die zugehörigen Werte für den Druck dar. Das in Liste `L3` berechnete Produkt aus `L1` und `L2` kann zur Überprüfung der Hypothese mit Hilfe der Tabelle verwendet werden.

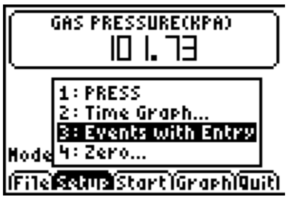

Abb. 3

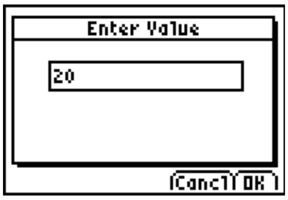

Abb. 4

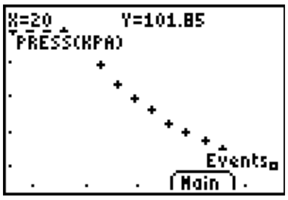

Abb. 5

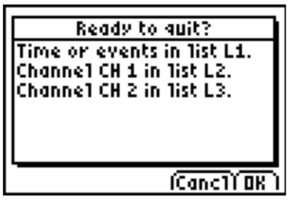

Abb. 6

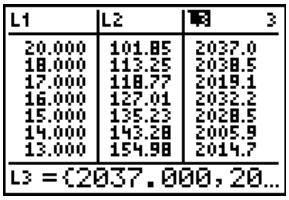

Abb. 7

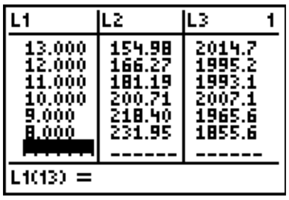

Abb. 8

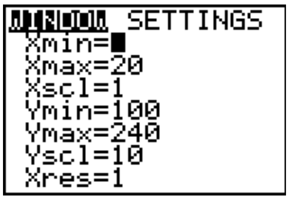

Abb. 9

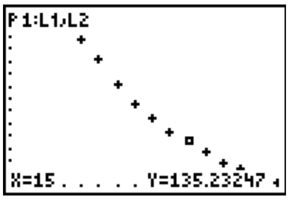

Abb. 10

Nun wird der Zusammenhang zwischen Druck und Volumen der betrachteten Gasmenge untersucht.

Welche Vermutungen könnte der Schüler/die Schülerin bei Betrachtung des Graphen aufstellen? Könnte es eine quadratische Funktion sein? Oder eine Exponentialfunktion? Könnte es auch eine Potenzfunktion sein oder handelt es sich um eine gebrochen rationale Funktion?

Durch Ermitteln der entsprechenden Regressionsfunktionen, die der GTR zur Verfügung stellt, kann die am besten passende Funktion gefunden werden. In den Abbildungen unten sind die Ergebnisse mit den Funktionstermen und den korrespondierenden Graphen dargestellt.

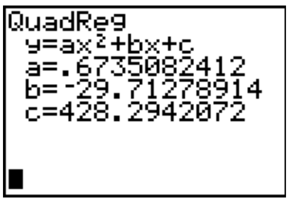

Abb. 11

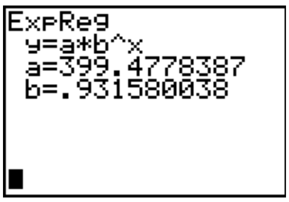

Abb. 12

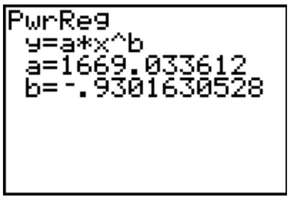

Abb. 13

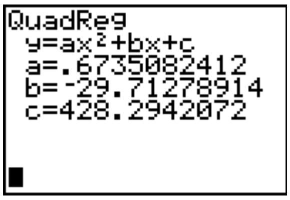

Abb. 14

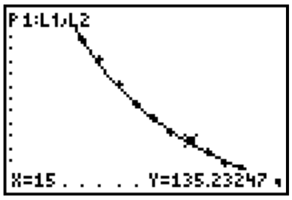

Abb. 15

Die quadratische Funktion passt sich sehr gut an die Datenmenge an. Aber was passiert, wenn das Volumen anschließend wieder vergrößert wird? An dieser Stelle ergibt sich eine gute Möglichkeit Lernende verschiedene „Was-wäre-wenn-Szenarios“ explorieren zu lassen und dann zu entscheiden, welches Modell das richtige ist.

Weiterführende Überlegungen auf der Basis über Kenntnisse der Eigenschaften einer quadratischen Funktion lassen die Frage aufkommen, wo der Scheitel dieser Funktion liegt. Schülerinnen und Schüler erkennen an dieser Stelle, dass sie nur einen Ausschnitt des Grafen der quadratischen Funktion sehen.

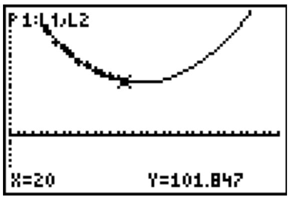

Abb. 16

Durch Änderung der Achseneinstellungen für die x-Achse können weitere Teile des Grafen „sichtbar“ gemacht werden. Nun ist zu erkennen, dass die quadratische Funktion kein passendes Modell zur Beschreibung des funktionalen Zusammenhangs der beiden Größen V und p liefert.

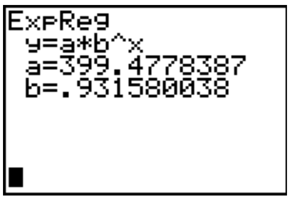

Abb. 17

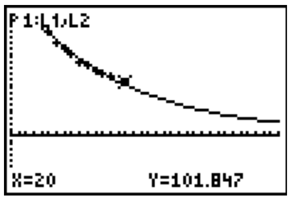

Abb. 18

Die Suche nach der passenden Funktion geht weiter: Die Schülerinnen und Schüler untersuchen weitere Funktionstypen. Auch die Exponentialfunktion passt sich sehr gut an die vorhandene Datenmenge an. Haben die Schüler/innen damit aber schon die richtige Funktion gefunden?

Wieder stellt sich die Frage, wie der Verlauf dieser Regressionsfunktion außerhalb des Bereiches der Messdaten aussieht und ob diese Datenpaare physikalisch sinnvoll erklärt werden können. Wo liegt der Unterschied zwischen der Potenzfunktion und der Exponentialfunktion? Warum ist die Exponentialfunktion nicht geeignet? Was ergibt sich für $V=0$ cm³? Ist diese Situation physikalisch möglich? Was erhalten wir, wenn für V noch größere Werte einsetzen? Beschreibt die exponentielle Modellfunktion den physikalischen Sachverhalt für diesen Datenbereich besser als die quadratische Funktion?

Haben die Schülerinnen und Schüler jetzt schon die richtige Funktion gefunden? Bei Fokussierung auf den endlichen Wert für den Druck bei $V=0$ wird erkannt, dass noch nicht das passende Modell gefunden ist.

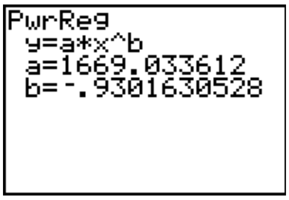

Abb. 19

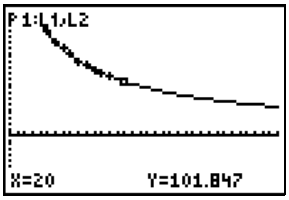

Abb. 20

Die Potenzfunktion liefert für die vorgegebene Datenmenge wieder eine gute Übereinstimmung. Das Bild gleicht den Trendlinien, die durch quadratische beziehungsweise exponentielle Anpassung gewonnen wurden.

Es bleibt nun zu überprüfen, wie sich diese potenzielle Regressionsfunktion „außerhalb“ der Messdaten verhält und ob die dadurch gewonnene Beschreibung des funktionalen Zusammenhangs der beiden Messgrößen der physikalischen Realität entspricht.

Was bedeuten die beiden in der Formel

$$y = 1669 \cdot x^{-0,93}$$

auftretenden Zahlen (Koeffizient und Exponent von x) mathematisch? Was drücken sie physikalisch aus? Was ergibt sich für x=0? Was bedeutet das in der physikalischen Betrachtungsweise?

Für V gegen Null steigt der Druck gegen Unendlich (für $V=0$ müsste man ja die Luftmoleküle auf Volumen 0 bringen), die Exponentialfunktion bleibt da aber endlich.

Das Gesetz von Boyle-Mariotte lautet: $p \cdot V = const.$ Ein Vergleich der eigenen Erkenntnisse mit der Theorie macht auf eine kleine Diskrepanz, die sich durch Messfehler erklären lässt, aufmerksam.

Das mathematische Modell lässt sich bei Berücksichtigung des Volumens im Verbindungsstück zwischen Zylinder und Drucksensor verbessern, so dass der Exponent nahe an (-1) herankommt. Dazu müssen die gemessenen Volumina jeweils um etwa 0,8 ml vergrößert werden. Das heißt, durch Korrektur der gemessenen Volumendaten, wodurch die Luft im Verbindungsstück mitberücksichtigt wird, erhalten die Schüler/innen eine Modellfunktion, die in Übereinstimmung mit der Theorie den indirekt proportionalen Zusammenhang zwischen Volumen und Druck einer Gasmenge beschreibt.

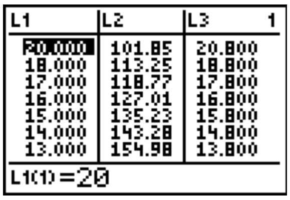

Abb. 21

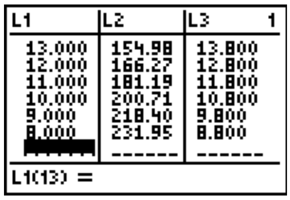

Abb. 22

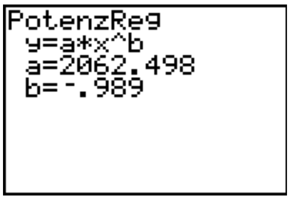

Abb. 23

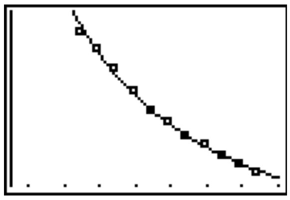

Abb. 24

Was bedeuten die beiden in der Formel

$$y = 2062,498 \cdot x^{-0,99}$$

auftretenden Zahlen (Koeffizient und Exponent von x) mathematisch? Was drücken sie physikalisch aus? Was ergibt sich für x=0? Was bedeutet das in der physikalischen Betrachtungsweise?

Geometrisch stellt der Ausdruck $p \cdot V$ den Flächeninhalt eines Rechtecks dar. Dieser Zusammenhang kann mit Hilfe des GTR auch graphisch veranschaulicht werden. Mit Hilfe der Option TRACE können noch einmal bewusst die einzelnen Datenpunkte angesteuert werden. Durch Multiplizieren der beiden Koordinatenwerte erhält man die Konstante *const*.

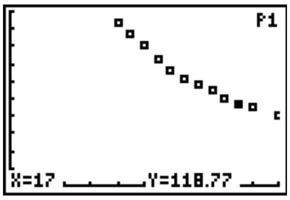

Abb. 25

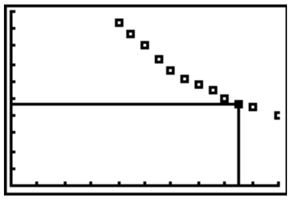

Abb. 26

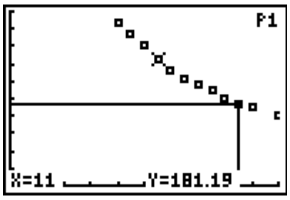

Abb. 27

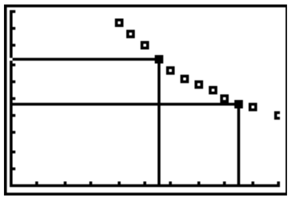

Abb. 28

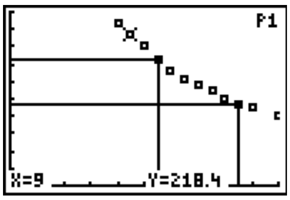

Abb. 29

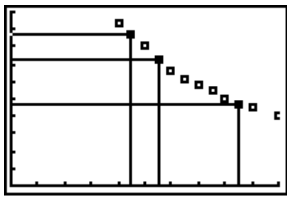

Abb. 30

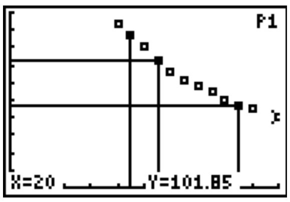

Abb. 31

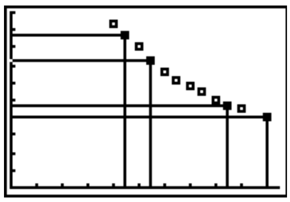

Abb. 32

Als Ergebnis des Experiments erhalten die Schüler/innen für die Konstante *const.* etwa den Wert 2000 (für 20 ml war der Druck 102 kPa), was weitgehend in Übereinstimmung mit der Theorie steht. Die Konstante hängt von der eingeschlossenen Gasmenge ab, denn wenn bei sonst gleichen Bedingungen mehr Gas eingesperrt wird, ist der Raumbedarf, also das Volumen größer. Ebenso ist sie temperaturabhängig.

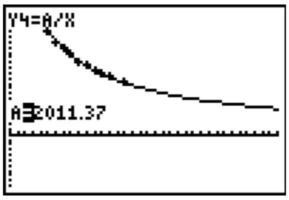

Abb. 33

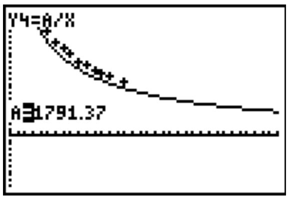

Abb. 34

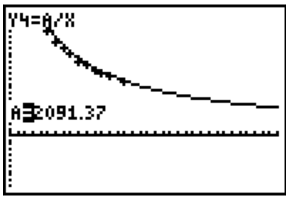

Abb. 35

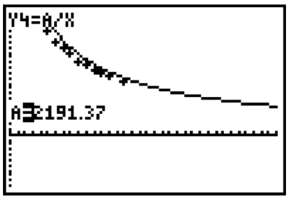

Abb. 36

Wie lässt sich der Zahlenwert für *const.* erklären? Wie steht er in Übereinstimmung mit der Theorie? Dürfen wir bei unserem Experiment von der Annahme ausgehen, dass es sich um ein ideales Gas handelt? In der Literatur finden wir, dass Luft bis zu einem Druck von etwa 200 bar nur wenig vom Verhalten eines idealen Gases abweicht (vgl. SCHREINER (1971). Physik 1. Lehrbuch der Physik für die Oberstufe allgemein bildender höherer Schulen. Verlag HPT; S. 146). Das übersteigt bei weitem den Messbereich des Drucksensors; wir können daher von der Annahme eines idealen Gases ausgehen.

Nach dem Gesetz von AVOGADRO enthält im Normalzustand 1 m³ jedes Gases dieselbe Anzahl von Molekülen. Bei einem Druck von 1013,25 mbar und einer Temperatur von 273,15 K sind das $2{,}687 \cdot 10^{25}$ Moleküle pro m³.

Damit erhalten wir für unsere Gasmenge (bei Normalbedingungen) folgenden Wert für die Konstante $const. = N \cdot k \cdot T =$ 2,107 kPa·ml, was 2107 J entspricht.

Ausgehend von dem vorgestellten Experiment können und sollen nun Überlegungen angestellt werden, wovon diese Konstante abhängt. Was wäre, wenn wir anstelle von Luft z.B. Kohlendioxid verwenden? Oder, hat die Temperatur des Gases einen Einfluss auf die Konstante?

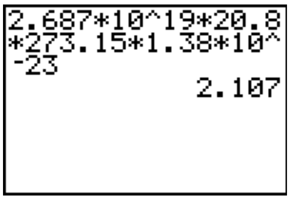

Abb. 37

Das Potenzial dieser Aufgabenstellung vielfältige Handlungen der Schüler/innen auszulösen ist vielleicht nicht auf den ersten Blick erkennbar. Für den Mathematikunterricht bietet sich die Möglichkeit die Diskussion von Kurven durch reale Messdaten auszulösen und lebensweltliche Bezüge in den Unterricht hereinzuholen. Für den Physikunterricht eignet sich dieses sehr einfach durchzuführende Experiment, nicht nur das Interesse der Schüler/Schülerinnen zu wecken, sondern auch wesentliche Aspekte der Bildungs- und Lehraufgaben des Physikunterrichts umzusetzen und die Handlungsorientierung der Schüler/innen zu steigern.

Für Ihre geschätzten Rückmeldungen, Hinweise, Anregungen oder Erfahrungen bedanke ich mich.

Autorin

Dr. Hildegard Urban-Woldron
Mag. Dr. Hildegard Urban-Woldron
Gymnasium Sacre Coeur Pressbaum
Päd. Akademie der ED Wien
hildegard.urban-woldron@phedw.at