TI-Nachrichten

Ausgabe 2/09

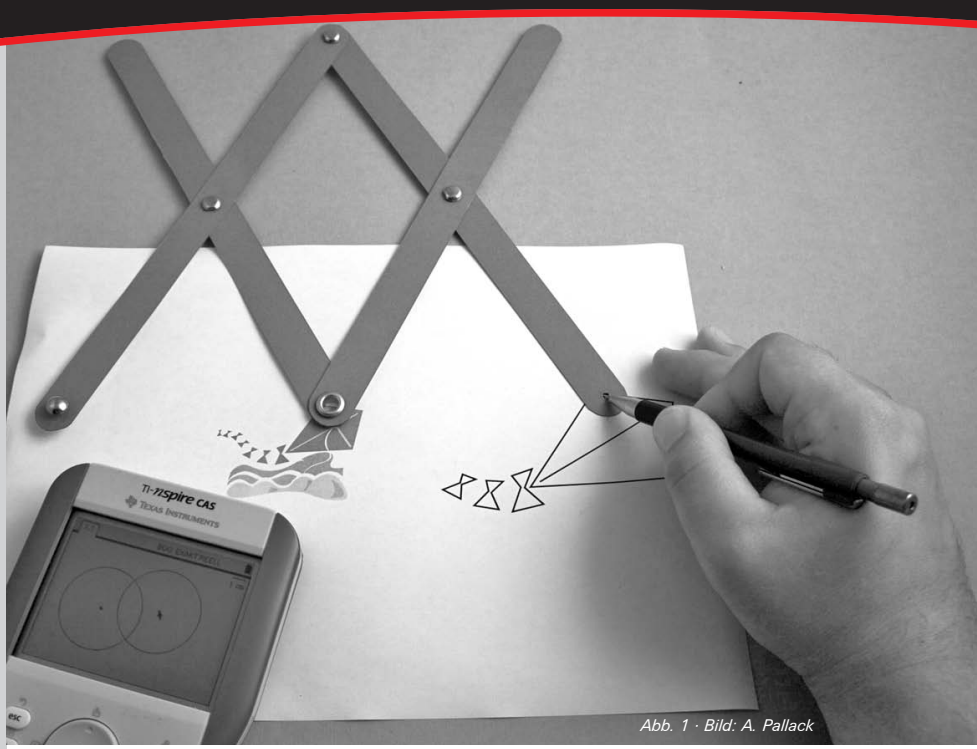

Abb. 1 · Bild: A. Pallack

Pantographen: Ein Einstieg in Ähnlichkeitsbeziehungen

Dr. Andreas Pallack

Mit Pantographen kann man Zeichnungen in einem bestimmten Maßstab übertragen. Durch die Verwendung von Computertechnik sind diese mechanischen Zeichengeräte weitgehend verschwunden; Kinder und Jugendliche kennen sie in der Regel nicht.

Die Auseinandersetzung mit diesem Gerät eignet sich hervorragend, um in der Sekundarstufe I in das Thema Ähnlichkeitsbeziehungen einzuführen.

Einen Pantographen simulieren

Ähnlichkeitsbeziehungen gehören zum Standard-Kanon im Sekundarbereich I. Lernende kennen dann bereits recht viele geometrische Beziehungen und Konstruktionen. Die Funktionsweise eines Pantographen versteht man am besten, wenn sie an einem Modell demonstriert wird. Meine Empfehlung ist zu Beginn ein sehr einfaches Gerät aus Pappe zu verwenden. Eine Bastelvorlage findet man im Internet unter www.pallack.de.

Dieser einfache Pantograph - bestehend aus zwei *Schenkeln*, zwei *Stäben* und vier *Gelenkverbindungen* - kann eingesetzt werden, um Figuren um den Faktor 2 zu verkleinern oder zu vergrößern; je nachdem welchen Punkt man als Zeiger oder als Stift deklariert. Nach den ersten Gehversuchen bekommen die Schülerinnen und Schüler die Aufgabe, die Funktionsweise dieses Gerätes mit Hilfe dynamischer Geometriesoftware zu simulieren.

Texas Instruments

Ihre Erfahrung. Unsere Technologie. Mehr Lernerfolg.

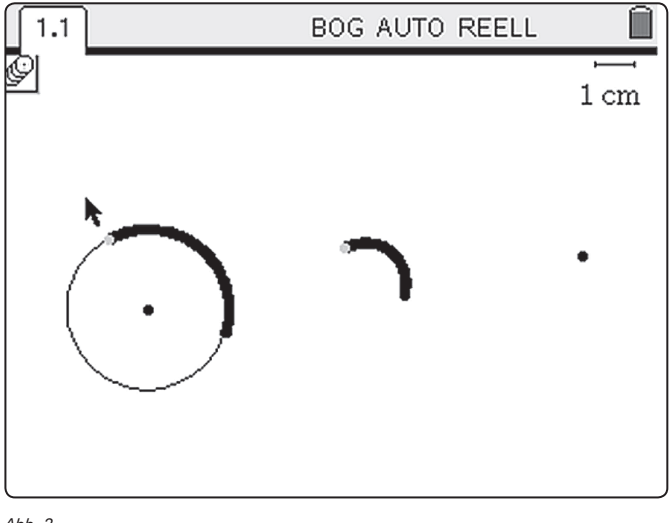

Abb. 2

Die wohl einfachste Möglichkeit ist die Konstruktion von zwei Punkten (im Folgenden Basispunkte genannt) und deren Mittelpunkt. Wird ein Punkt auf einem Objekt konstruiert und die Geometriespur verwendet, können Figuren verkleinert werden. Schwieriger ist es die Mechanik nachzubilden. Dazu können im ersten Schritt zwei Kreise mit gleichem Radius um zwei Punkte konstruiert werden. Das Werkzeug *Zirkel* ist dabei sehr nützlich.

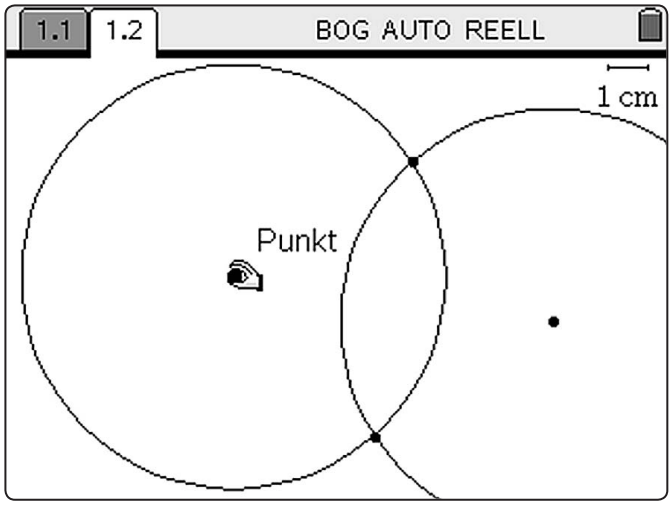

Abb. 3

Einer der Schnittpunkte der beiden Kreise ist die Gelenkstelle der beiden Schenkel des Pantographen. Er wird mit den beiden Punkten durch Strecken verbunden. Anschließend konstruiert man auf diesen Strecken die Mittelpunkte (Gelenkstellen) und die jeweiligen Parallelen. Der Schnittpunkt der Parallelen ist die vierte Gelenkstelle und vervollständigt das Gerät:

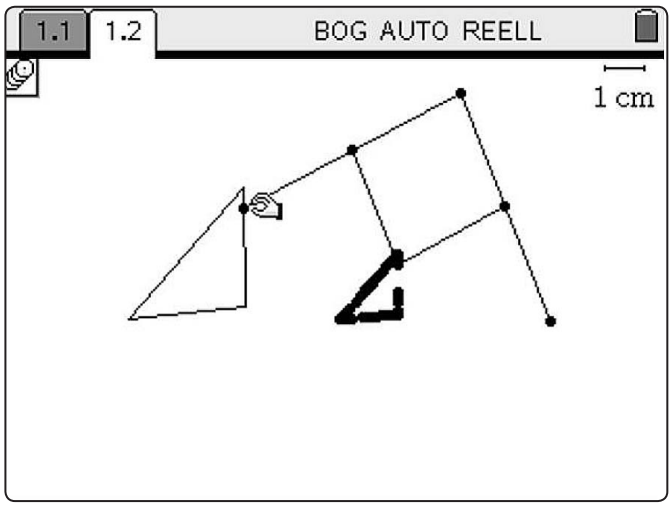

Abb. 4

Eine Problemlöseaufgabe: Pantographen für beliebige Vergrößer- oder Verkleinerungen konstruieren

Eine Aufgabe für die Schülerinnen und Schüler ist es - vorab virtuell - ein Gerät für beliebige Vergrößer- und Verkleinerungen zu konstruieren. Die Ideen sollten in Partner- oder Gruppenarbeit diskutiert und dann mit dem Rechner umgesetzt werden.

Durch Ausprobieren finden die Schülerinnen und Schüler heraus, ob ihre Ideen das gewünschte Resultat liefern. Dabei sind Irrwege Chancen für den Lernprozess:

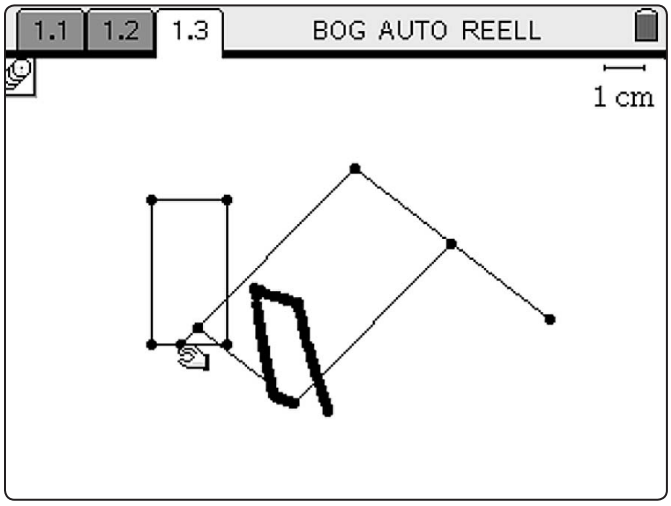

Abb. 5

Liegt z. B. die Gelenkstelle nicht auf der Strecke der beiden Basispunkte, so funktioniert der Pantograph nicht, wenn der übliche Zeiger zum Abfahren der Figur verwendet wird. Damit ergibt sich eine erste wichtige Bedingung. Eine mögliche zweite ist, dass die Stäbe stets parallel zu den beiden Schenkeln sein müssen. Durch Verbinden der beiden Ausgangspunkte und der Konstruktion einer Parallelen findet man einen funktionierenden virtuellen Pantographen:

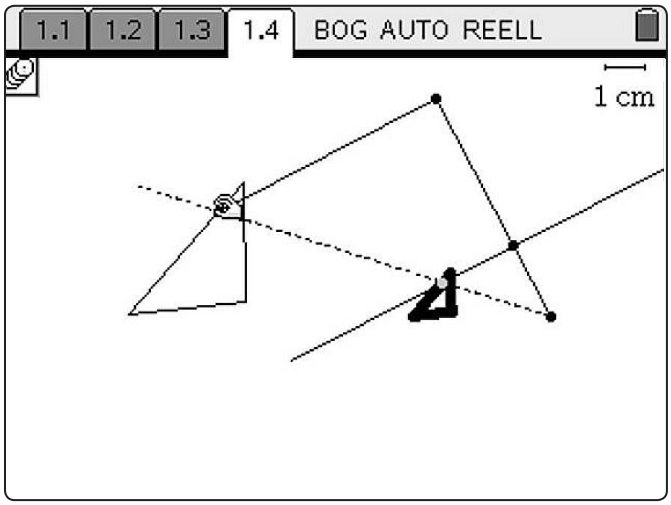

Abb. 6

Dieses Gerät kann man allerdings nicht nachbauen: Wie soll die Parallelität der Strecken garantiert werden? Ähnlich wie beim einfachen Pantographen müssen zusätzlich Stäbe eingezogen werden. Ihre Gelenkstelle muss in diesem Fall auf der Verbindungsstrecke der beiden Basispunkte liegen.

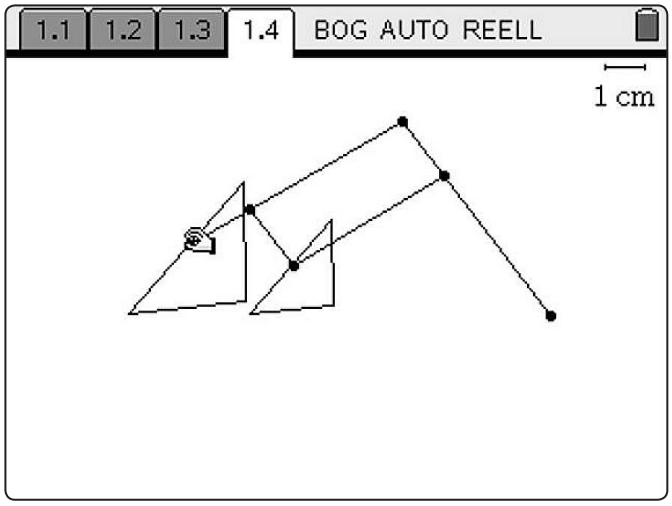

Abb. 7

Das ist aber nicht die einzige Möglichkeit. Man kann auch den Pantographen aus der Einführung nutzen und lediglich den Zeiger und den Stift an anderer Stelle fixieren.

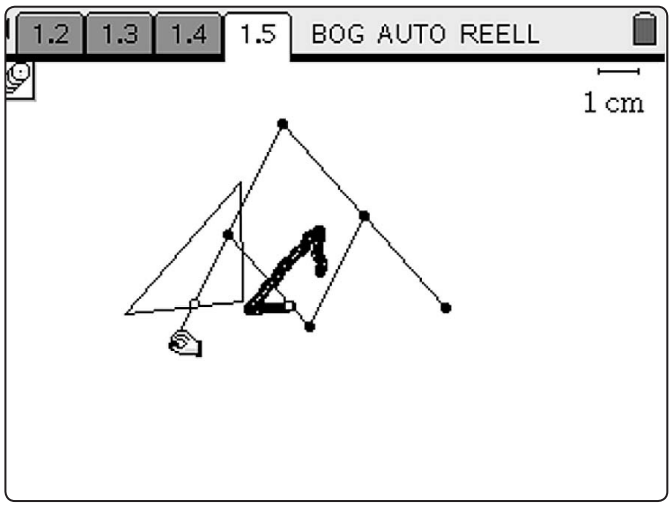

Abb. 8

Die Erfahrung zeigt: Solche Lösungen können Schülerinnen und Schüler selber finden. Mit Hilfe dieses Plans werden sie auch in der Lage sein Pantographen zu bauen.

Vergrößerung und Verkleinerung gezielt einstellen

Mit Hilfe der Technologie können die Schülerinnen und Schüler erkunden, in welchem Verhältnis das Gerät verkleinert bzw. vergrößert. Ein mögliches Ergebnis dieser Arbeit ist: *Der Pantograph verkleinert im Maßstab SA : SB*

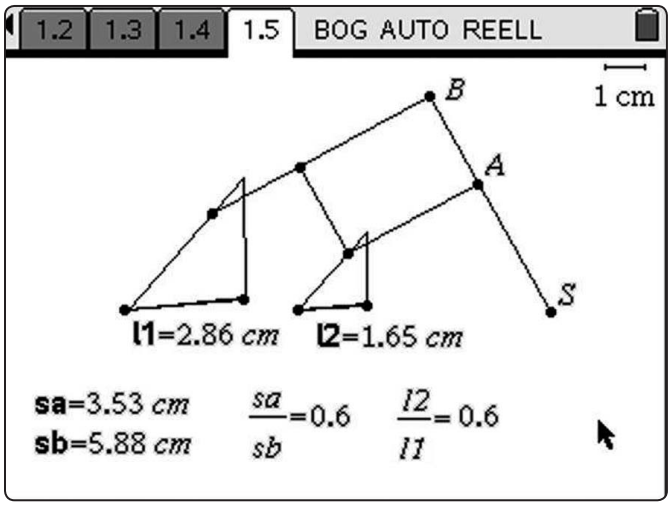

Abb. 9

Ergebnis dieser Arbeit kann ein realer Pantograph sein, der Figuren im Maßstab 1:2, 1:2,5 und 1:3 verkleinert.

Dieses Ergebnis beinhaltet bereits die zentralen Ideen der Ähnlichkeitsbeziehungen. Auf dieser Basis lassen sich z. B. auch die Strahlensätze herleiten.

Didaktischer Kommentar

Das Bauen von Pantographen ist eine Aufgabe die leicht zu verstehen ist, zu deren Umsetzung man jedoch die zentralen Ideen von Ähnlichkeitsbeziehungen verstanden haben muss. Durch den Einsatz von Technologie können Lernende gezielt experimentieren und die notwendigen Bedingungen selbst erkunden. Ein angenehmer Nebeneffekt ist die Wiederholung elementarer geometrischer Konstruktionen. Auf dieser Basis kann dann im Unterricht gut verstehensorientiert abstrahiert werden. Die zentralen Bedingungen (zwei Geraden müssen parallel sein; die beiden anderen müssen sich schneiden) werden Schülerinnen und Schüler – die sich mit Pantographen auseinandergesetzt haben – nachhaltig verinnerlichen, da sie diese Bedingungen selbst gefunden haben und ein Modell kennen, das sie an das Zusammenspiel der geometrischen Objekte erinnert.

Autor:
Dr. Andreas Pallack, Soest (D)
andreas@pallack.de