

Ein bekanntes Problem, neu gesehen durch Anwendung von TI-Nspire™

Dieter Stirn

Problemstellung

In einem Rechteck mit den Seitenlängen 12 cm und 7 cm wird auf jeder Seite die Strecke x abgetragen. Die Teilpunkte werden zu einem Parallelogramm verbunden.

Aufgabenstellung: Bestimme die Länge von x so, dass der Flächeninhalt des Parallelogramms möglichst klein ist.

Einordnung

Diese Formulierung der Aufgabenstellung ist bekannt, man findet sie in einschlägigen Mathematik-Lehrbüchern als Anwendung zu quadratischen Gleichungen. Auf der Basis einer offenen Formulierung der Aufgabe sollen die nachfolgenden Ausführungen verschiedene Zugänge aufzeigen und eine Lösungsvielfalt verdeutlichen.

Neue Formulierung der Aufgabenstellung: *Untersuche den Flächeninhalt des Parallelogramms.*

Die Aufgabe ist im Themenkreis *Parabeln* einzuordnen. Die Lerngruppe sollte für eine vollständige Bearbeitung die allgemeine Form der quadratischen Funktion kennen. Zudem sollte die Lerngruppe mit dem Umgang des TI-Nspire™ erfahren sein.

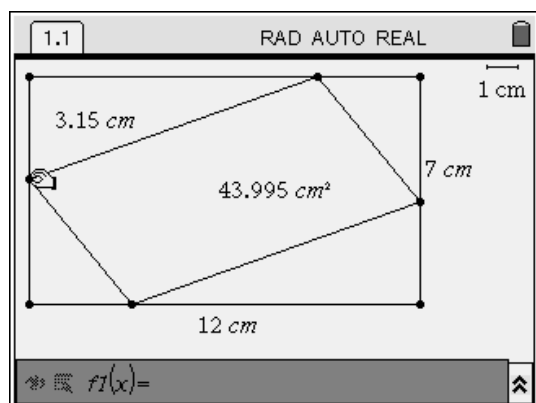


Abb. 1

Die Konstruktion der Figur dauert selbst für erfahrene Benutzer des TI-Nspire™ auf dem Handheld mehrere Minuten, sie ist den Schülerinnen und Schülern eigentlich nur in der Form einer Hausaufgabe zuzumuten. Zur Unterrichtsstunde sollte jeder aus der Lerngruppe sein Bild auf dem Rechner haben. An dieser Stelle zeigt sich der Vorteil des Gerätes: Als Lehrer kann man jedem Schüler das Bild als Dokument auf seinen Rechner kopieren. Methodisch ist dieses Vorgehen durchaus sinnvoll, denn es kommt bei diesem Unterrichtsziel nicht auf die Konstruktion der Figur an.

Lösungs-Möglichkeiten

Welches Schülerverhalten kann erwartet werden?

Generell wird die Aufgabe alle Schülerinnen und Schüler ansprechen, denn sie ist offen formuliert und lässt dadurch sehr unterschiedliche Kompetenzen zur Entfaltung kommen. Dadurch ist eine Differenzierung innerhalb der Lerngruppe

möglich, die letztlich auch zu einem interaktiven Lernverhalten innerhalb der Gruppe führt.

Zunächst wird ein Schüler mit der Maus die Strecke ax , es ist günstig die Variable x durch ax zu ersetzen, verändern und beobachten, wie sich der Flächeninhalt des Parallelogramms verändert. Seine Beobachtungen sollte er in schriftlicher Form festhalten. Wenn er dabei auf die Problematik der Genauigkeit eingeht, ist die so gefundene Lösung der Aufgabe durchaus zu akzeptieren.

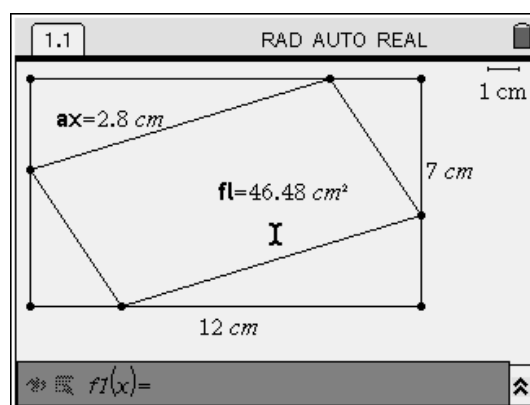


Abb. 2

Nachdem der Schüler die Veränderung des Flächeninhalts wahrgenommen hat ist für ihn die weiterführende Frage nahelegend, in welcher Weise sich die Abhängigkeit gestaltet. Ihm reicht die rein verbale Beschreibung der Beobachtung nicht.

Er kann die beiden Größen ax und $f1$ speichern und in eine Tabelle übertragen. Die Datenpunkte stellt er grafisch dar. Er erkennt, dass die Punkte für ihn offensichtlich auf einer Parabel liegen. Mit Hilfe der TRACE Funktion bestimmt er den tiefsten Punkt oder aber er bestimmt anhand der Tabelle die gesuchte Größe. Je nach Einstellung der WINDOW-Parameter oder der Schrittweite in der Tabelle gelangen die Schülerinnen und Schüler so zu unterschiedlichen Ergebnissen, die Anlass für weiterführende Diskussionen geben.

A	B	C	D	E	F	G	H
= capt = capt							
1	2.8	46.48					
2	2.9	45.72					
3	3	45					
4	3.1	44.32					
5	3.2	43.68					
B1		= 46.48					

Abb. 3

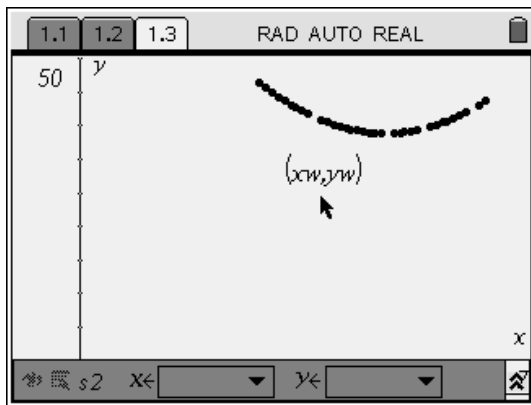


Abb. 4

Ein Schüler kann die Frage nach der Gleichung der Parabel z.B. ausgehend von einem allgemeinen Ansatz untersuchen. Er bestimmt die Koordinaten dreier Punkte und löst das entsprechende Gleichungssystem im Calculator. Die Schülerinnen und Schüler können durch die Verwendung des Rechners ihre Lösungsideen verwirklichen, ohne ggf. an algebraischen Schwierigkeiten zu scheitern.

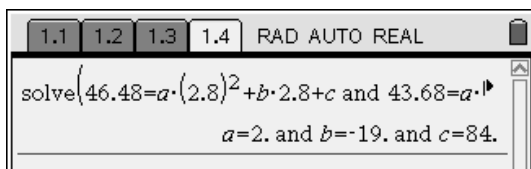


Abb. 5

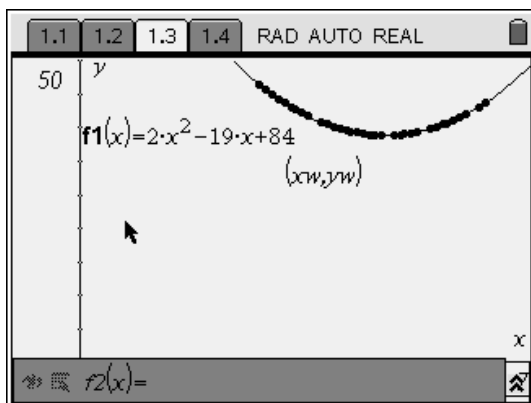


Abb. 6

Die Darstellung der Funktion führt zu einem visuellen Erlebnis der besonderen Art, dies kann man im Unterricht immer wieder in ähnlichen Situationen beobachten. Die Bestätigung durch den Rechner, dass man richtig überlegt hat, erstaunt Schülerinnen und Schüler immer wieder. Die damit verbundene Freude über das Verstehen und den Erfolg ist nicht zu

erreichen, wenn man die eingebaute Funktion *Anpassung einer Parabel* an die Datenpunkte benutzt.

Aufgrund der gefundenen Parabelgleichung gelangt er über eine Umformung zur Scheitelpunktsform, anhand derer er den minimalen Flächeninhalt bestimmen kann.

Einen anderen Zugang stellt die Bestimmung des Flächeninhaltes über die Teilflächen dar, vgl. Abb. 7 (2.Zeile). Der Schüler kann dabei erkennen, warum dies eine Parabel ist und das Problem algebraisch analysieren. Die Bestätigung findet er, in dem der Rechner den Term automatisch in die allgemeine Form der quadratischen Gleichung transferiert.

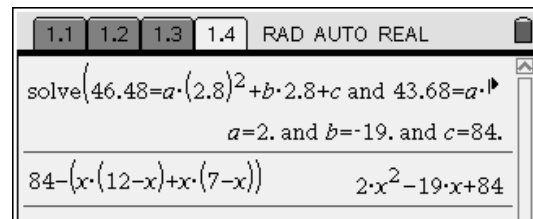


Abb. 7

Offene Aufgabenstellungen gelten allgemein als schwierig. Einmal sind die Schülerinnen und Schüler ggf. verunsichert, weil sie nicht wissen, was von ihnen verlangt wird, zum anderen sieht der Lehrer oft Schwierigkeiten in der sachgerechten Beurteilung der erbrachten Leistung. Die Ausführungen zeigen aber, dass jeder Schüler, seinem Leistungsstand und seinen Ideen entsprechend, zu einem aktiven Verhalten motiviert wird und zu einem Ergebnis kommt. Der Lehrer muss in seiner Rolle als Moderator dafür sorgen, dass verschiedene Zugänge und Lösungswege präsentiert werden, eine sachgerechte Beurteilung ist dabei ohne weiteres möglich. Die Schülerinnen und Schüler lernen auf diese Weise, dass es noch weitere Schritte gibt, die im Rahmen der Untersuchung möglich sind. Dies führt zur Interaktion innerhalb der Lerngruppe, dies wird sie bei zukünftigen Aufgaben motivieren, den Blick für weitere Schritte zu öffnen.

Es wird deutlich, dass die offene Formulierung der Aufgabenstellung und die Verwendung von TI-Nspire™ die ganze Lerngruppe anspricht. Die klassische Formulierung der Aufgabe aktiviert nur die Schülerinnen und Schüler, die den algebraischen Lösungsweg umsetzen können.

Autor:

Dieter Stirn, Gladenbach (D)

d.stirn@online.de