
Thema: Gegenseitige Lage zweier Ebenen und deren Darstellung

Franz Schlöglhofer

☒ TI-TI-NSPIRE™ CAS

Schlagworte: Ebenengleichung, Punkte einer Ebene, Gleichungssystem lösen, Lage einer Ebene im Koordinatensystem, Parameterdarstellung einer Geraden, 3D-Grafik

Unterrichtsmaterial

Aufgaben:

- 1) Gegeben sind zwei Ebenen $ea := 2x - y + z = 1$ und $eb := x + y - 2z = 2$. Begründe, dass sich die Ebenen in einer Geraden schneiden. Berechne die Schnittgerade ohne Rechner

Stelle die beiden Ebenen und die Schnittgerade in der 3D-Grafik mit TI-NSPIRE dar.

Berechne eine Gleichung der Schnittgeraden mit Hilfe des TI-NSPIRE und stelle sie ebenfalls grafisch dar. Beschreibe die Berechnungen, die in der beigelegten .tns-Datei verwendet werden.

- 2) Gegeben sind jeweils zwei Ebenengleichungen. Berechne (falls existiert) die Schnittgerade der beiden Ebenen. Stelle die Ebenen und die Schnittgerade mit dem TI-NSPIRE dar und beschreibe die Lage der Ebenen.

- a) $ea := x + y + z = -1$ und $eb := x - y - z = 2$
- b) $ea := x + y - z = -1$ und $eb := -x - y + z = 5$
- c) $ea := 2y - z = 0$ und $eb := -\frac{y}{2} + z = 0$
- d) $ea := x + 2y - z = 0$ und $eb := -2x - 4y + 2z = 0$

Unterscheide dabei die folgenden Fälle und begründe sie, unter welchen Bedingungen sie eintreten:

Die beiden Ebenen schneiden sich in einer Geraden.

Die beiden Ebenen sind parallel.

Die beiden Ebenen fallen zusammen.



Didaktischer Kommentar

Zunächst sollen die Berechnungen ohne TI-NSPIRE durchgeführt werden, anschließend mit der fertigen TI-NSPIRE-Datei. Die Berechnungen in der TNS-Datei sollen erklärt werden.

Vorschlag zur Umsetzung

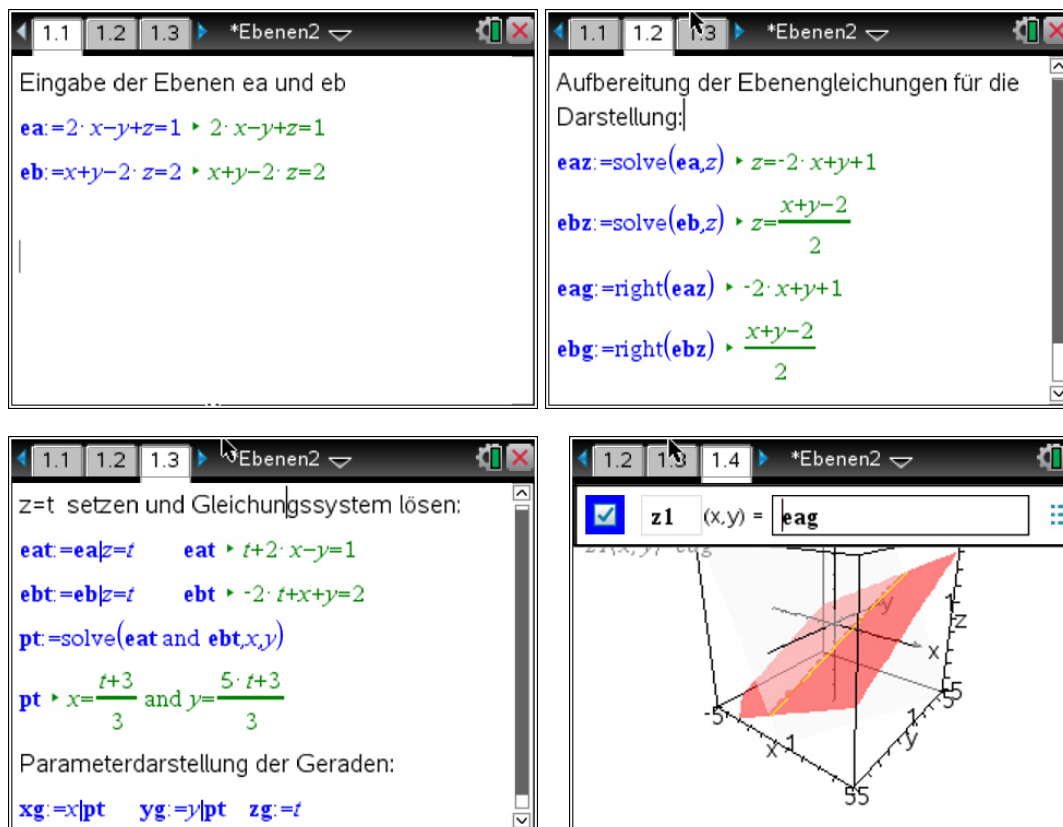
Aufgabe 1)
$$\begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ x + y - 2z = 2 \end{cases}$$

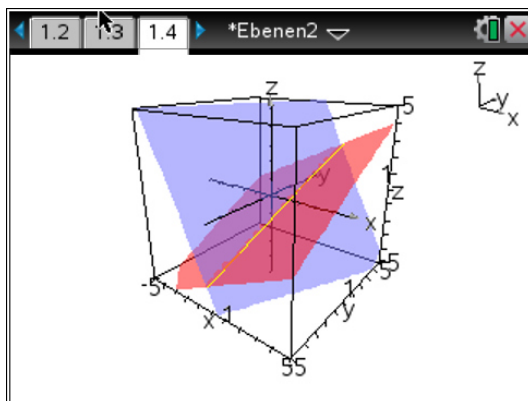
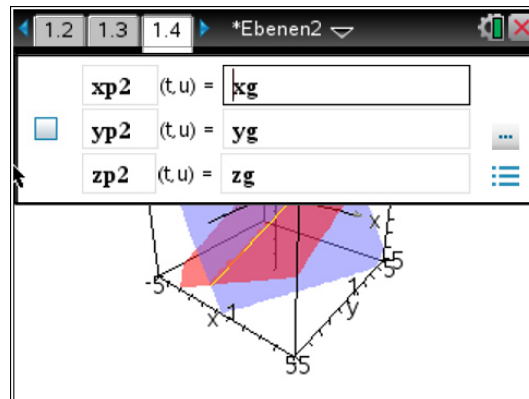
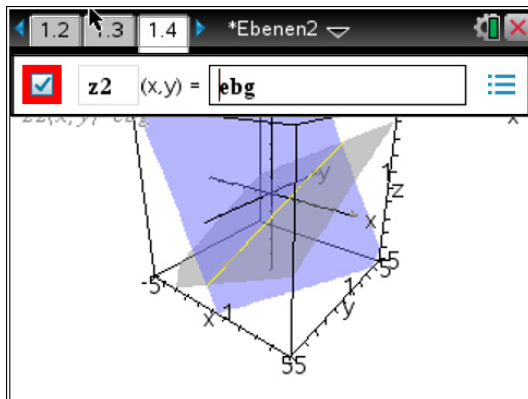
$z = t$ setzen:
$$\begin{cases} 2x - y + t = 1 \\ x + y - 2t = 2 \end{cases}$$

Lösung des Gleichungssystems:
$$\begin{cases} 2x - y = 1 - t \\ x + y = 2 + 2t \end{cases}$$

Parameterdarstellung der Geraden: $x = 1 + \frac{t}{3}, \quad y = 1 + \frac{5t}{3}, \quad z = t$

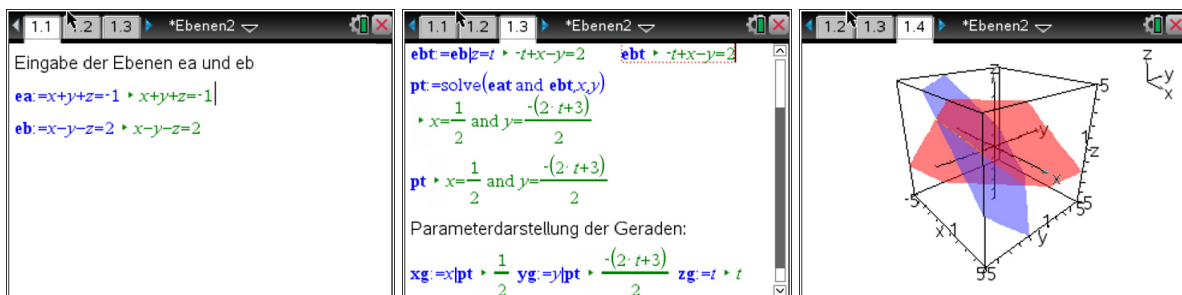
Darstellung in TI-NSPIRE – 3D:



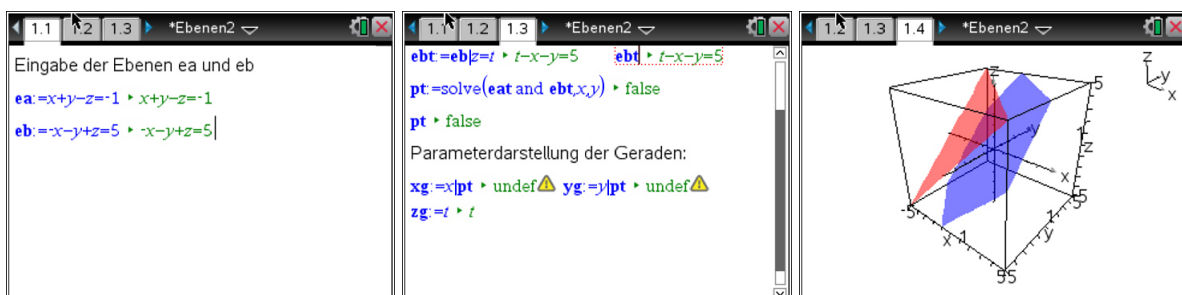


Aufgabe 2)

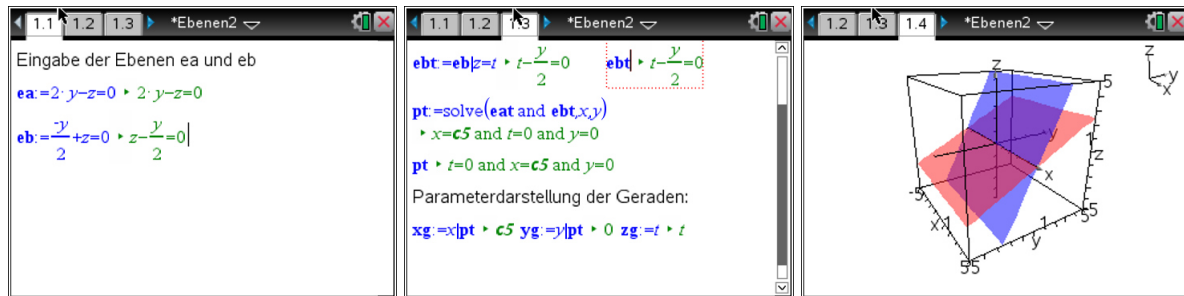
a) Ebenen schneidend



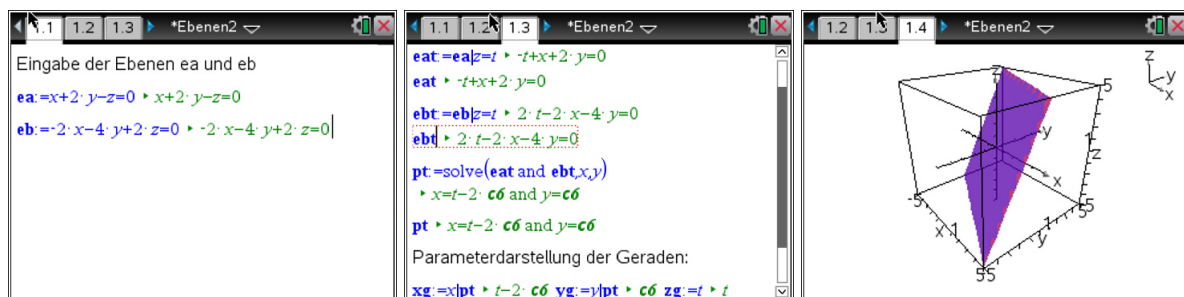
b) Ebenen parallel



c) Die Ebenen schneiden sich in der x-Achse



d) Die Ebenen fallen zusammen



Technologiehilfe

Die TNS-Datei kann als fertige Datei verwendet werden, einerseits zur Demonstration des Sachverhalts andererseits zum Experimentieren durch Schüler und Schülerinnen. Die Eingabe erfolgt dann nur im ersten Fenster, die Lage der Ebenen und der Schnittgeraden sollen beobachtet werden und mit eigenen Berechnungen verglichen werden.

Genauso möglich wäre die selbständige Erarbeitung des Modells, abhängig vom Wissensstand der Schüler und Schülerinnen.