Rechengenauigkeit und Anzeigeformate

Heinz Pichler

Warum dem "Wirte" etwas schenken?

Von der 14-stelligen Rechengenauigkeit eines TI-GTR merkt man gewöhnlich nicht viel, werden numerische Ergebnisse in der Regel doch auf höchstens 10 Stellen angezeigt! Der Grund für diese Selbstzensur des Rechners liegt nicht so sehr im Streben nach Überschaubarkeit als vielmehr in der Sorge, Genauigkeitsverluste als Folge von Rechenkaskaden und besonders von Differenzbildungen nicht bis zur Zahldarstellung im Display vordringen zu lassen! [Verwandt dazu werden Vergleichsoperationen (=, ≠ ,> ,≥ ,< ,≤) vom Rechner mit nur 10-stelliger Sicht angestellt.]

Da Verstecktes reizt, entdeckt zu werden, und zeitweilig wirklich wissenswert sein kann, sei verraten, wie man zu den restlichen Stellen eines numerischen Resultats gelangt:

1. Differenzbildung
Man subtrahiert vom angezeigten, intern in 14-stelliger Genauigkeit verwalteten Resultat die aus den vordersten Stellen gebildete Zahl und gibt - im <Float>Modus - dadurch die Darstellung der weiter hinten liegenden Ziffern frei. Vier Beispiele mögen dies illustrieren, wobei beim Ablesen die allfällige Aufrundung im ursprünglichen Resultat zu verwerfen ist!

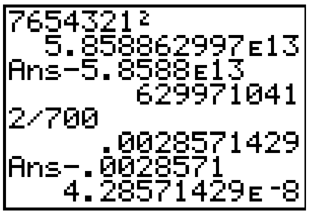

Abb. 1

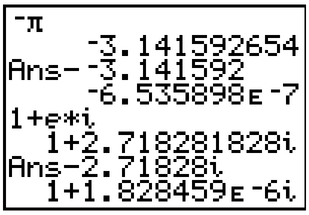

Abb.2

2. Das Programm ANSVOLL.8xp
Das im Anschluss an einen (unvollständig) ausgewiesenen, reellen Skalar zu startende Programm ANSVOLL.8xp* führt in der letzten Displayzeile die bis zu 14-stellige Ziffernfolge an und bietet in der 2.Zeile nochmals Einschau in Signum und richtige Stellung des Kommas. [Die Ziffern dieses Beispiels - richtig gruppiert - entsprechen den ersten 7 Binomialkoeffizienten vom Grade 8.]

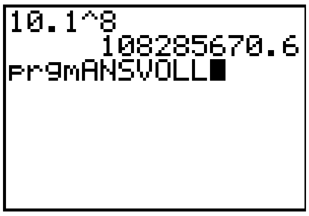

Abb. 3

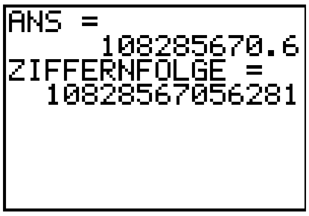

Abb. 4

3. Im Listen-Editor:
Nach Transfer des Resultats in den Listeneditor scheint es in der Rubrik mit wenigen Stellen, doch in der Fußzeile bereits 10-stellig auf. Steigt man mit ENTER zur Fußzeile hinab, erfährt man mittels ►◄ alles über den Wert. [Mit ▼▲ kehrt man wieder in die Listenspalte zurück.]

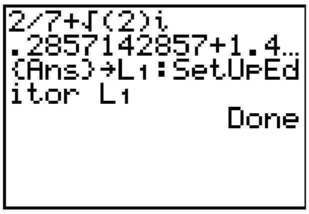

Abb. 5

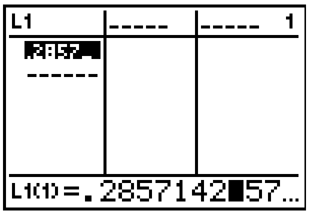

Abb. 6

Besonders effizient wirkt diese Methode im Komplexen und für Listenresultate! Zur 14-stelligen Besichtigung letzterer schickt man den Cursor vorteilhaft vom Listenkopf L_1 aus mit ENTER in die Fußzeile.

Weitere Anzeige-Formate

Bei den Graphikrechnern TI-82/83/84 lässt sich neben den im MODE-Menü wählbaren, numerischen Anzeigeformaten

- "Normal", das Zahlbeträge von 0,001 bis 9999999999 wie gewöhnlich anschreibt,
- "Scientific", das Zahlen grundsätzlich in eine zwischen -9,99.. und +9,99.. angesiedelte Mantisse und einen zwischen -99 und +99 liegenden Briggs´schen Exponenten zerlegt, und
- "Engineering", das den Mantissenbereich auf -999,99.. bis +999,99.. erweitert, um den Zehnerexponenten als Dreier-Vielfaches formulieren zu können,

die Zahl bzw. ihre Mantisse durch MODE-Wahl von

- "Float" individuell auf bis zu 10-stellige Gesamtlänge
- "0123456789" fix auf entsprechend viele Nachkommastellen runden.

Trotz dieser Format-Vielfalt bleiben für den Anwender Wünsche offen:

Die Normalschreibweise
Benutzer, denen die Exponentialschreibweise von Zahlen fremd ist (Sekundarstufe I), lehnen das "Sci"- und "Eng"-Format naturgemäß ab. Das Programm[1] ANSNORM.8xp schafft hier Abhilfe, indem es so ein Resultat - es muss ein reeller Skalar sein - durch nachfolgenden Programmstart in herkömmlicher Schreibweise abfasst.

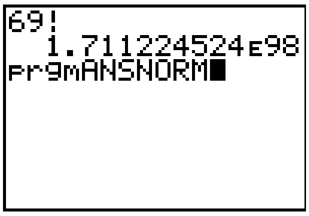

Abb. 7

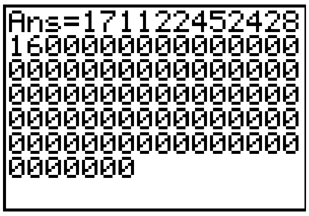

Abb. 8

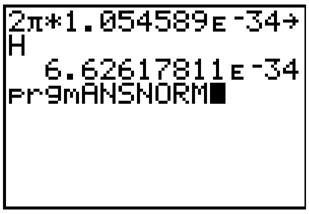

Abb. 9

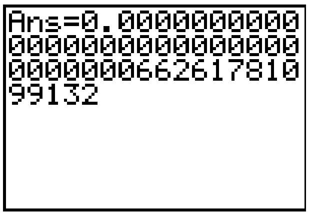

Abb. 10

Die Vertrautheit mit dieser Form birgt mitunter ihre Tücken: So erweckt das erste Beispiel den Eindruck, dass die errechnete Faktorielle eine recht "runde" Zehnerpotenz sei; in Wirklichkeit verfügt sie über bloß 15 Endnullen, jeweils eine aus den Faktoren 5, 10, 15, 20, 30, 35, 40, 45, 55, 60, 65 und jeweils zwei aus den Faktoren 25, 50. Die angezeigten 85 Endnullen dienen also großteils der richtigen Stellenwertbildung der auf 14 Ziffern gerundeten Zahl! [Das ursprüngliche Format <Sci><Float> erweist sich hier als unmissverständlicher!] Im zweiten Beispiel täuscht das ausgewiesene Planck´sche Wirkungsquantum "h" 14-stellige Genauigkeit vor; als Produkt aus dem 14-stelligen "2π" und dem knapp 7-stelligen Wert "ħ", steht ihr aber höchstens 7-stellige Genauigkeit zu! [Kompetent wäre in diesem Fall das Format <Sci><6>.]

Erst das häufige Arbeiten mit solchen Zahlen weckt bei der angesprochenen Personengruppe - vorrangig des umständlichen Stellenabzählens wegen - das Bedürfnis nach exponentiellen Darstellungsformen!

Die Stellen-Relevanz

Ein Lauf des Programms ANSRELEV.8xp rundet den aktuellen Skalar im Ans-Speicher auf so viele signifikante Stellen, wie es die im Speicher `LRELEV` deponierte Zahl 1, 2, 3,…, 13 vorsieht. Die Wirkungsweise des Programms ähnelt damit jener der Formatierung <Sci><Fix#>, kommt aber genauso den Formaten <Normal><Float> und <Eng><Float> zugute. Die Verbindung mit letzterem dient etwa der Präsentation rechnerisch verwerteter Messergebnisse, die eine durch den Messvorgang bestimmte Unsicherheit ({…}→`LRELEV`) mit sich führen. Beispielsweise kann der Wert fürs Planck´sche Wirkungsquantum aus dem letzten Beispiel über die Anweisung

```
{7}→ LRELEV:H:prgmANSRELEV:prgmANSNORM
```

nachgebessert werden.

Das SI-Format

Alltag und Technik arbeiten zumeist mit dem "Technischen Ausgabeformat", das im Gegensatz zum "Eng"-Format des Rechners den Exponenten spezifische Namen und Abkürzungen zuweist, nämlich:

E^{-24} y(okto)	E^{-9} n(ano)	E^{1} d(ek)a	E^{12} T(era)
E^{-21} z(epto)	E^{-6} µ(ikro)	E^{2} h(ekto)	E^{15} P(eta)
E^{-18} a(tto)	E^{-3} m(illi)	E^{3} k(ilo)	E^{18} E(xa)
E^{-15} f(emto)	E^{-2} c(enti)	E^{6} M(ega)	E^{21} Z(etta)
E^{-12} p(ico)	E^{-1} d(ezi)	E^{9} G(iga)	E^{24} Y(otta)

Derart wandelt das Programm ANSSI.8xp skalare Resultate von 1 Quadrillionstel bis zu 999,9999999 Quadrillionen ins sogenannte "SI"-Format um. [Mangels Zeichenverfügbarkeit schreibt der Rechner für "µ(ikro)" "u" und für "k(ilo)" "K".]

Die volle Palette der Maßvorsilben spielt man etwa mit den Anweisungen des linken Bildes durch, deren letzte mit ENTER oftsmals zu wiederholen ist.

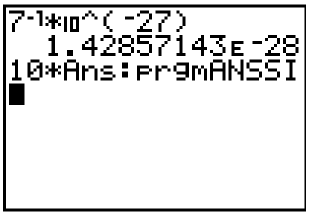

Abb. 11

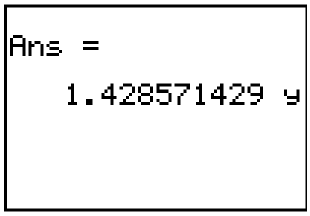

Abb. 12

Der Graphik-Normraster

In der Regel weisen die Pixel des Graphikschirms vielstellige Koordinatenwerte auf, was ihrem Ablesen sehr abträglich ist. Abhilfe schafft hier das Programm NORMSKAL.8xp, das durch möglichst gering ausgreifende oder beschneidende Änderung der Rahmengröße (Optionen ZOOMOUT bzw. ZOOMIN) unter annähernder Haltung der Bildmitte alle Pixelwerte auf ganzzahlige Vielfache von $1\cdot10^X$, $2\cdot10^X$ oder $5\cdot10^X$ mit $-99 < X < 97$ bringt.

Beispielsweise wird ein Graphikschirm mit den nach dem linken Bild gewählten Rahmen und den daraus resultierenden "irrationalen" Intervallen ΔX, ΔY nach Durchlauf des Normierungsprogramms auf lauter "rationale" Pixelwerte nachgebessert.

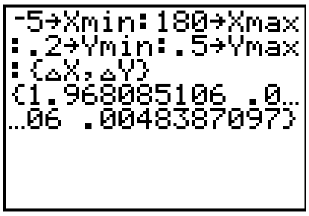

Abb. 13

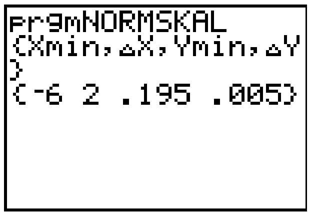

Abb. 14

(1) Alle in diesem Beitrag vorgestellten Programme liegen zum Download von der TI-Materialienseite bereit.

*) Das Programm liegt zum Download von der TI-Materialien-Seite bereit.

Autor
Heinz Pichler,
Spittal (AT),
pichler_h@lycos.at,